Scale-Space: Representação de Imagens em Múltiplas Escalas

Ana Maria Marques da Silva
Núcleo de Pesquisa em Imagens Médicas
PUCRS – Porto Alegre/RS
ana.marques@pucrs.br

Sumário

- **A Visão dos Objetos**
- **Escala e Resolução**
- **Representação de Imagens no Espaço de Escalas**
- **Operadores no Espaço de Escalas Linear**
- **Aplicações em Imagens Médicas**

A Visão dos Objetos

- **Provérbio chinês (séc. XVI):**

  "***Faces distantes não têm olhos***"

- **Ruskin (1857):**

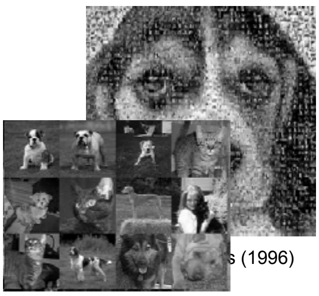
  "Supomos que vemos o chão sob os nossos pés claramente, mas se tentamos contar seus grãos de poeira, vemos que possuem formas estranhas e complicadas, como qualquer outra coisa; de modo que não existe nenhum ponto de vista literalmente claro, e nunca haverá..."

  "O que chamamos da visão de algo com clareza é apenas a visão suficiente para sabermos o que é aquilo; isto mostra a inteligibilidade, dependente da distância em diferentes magnitudes e para certos tipos de coisas...".

Perception (2001) vol. 30, p. 525-530

A Visão dos Objetos

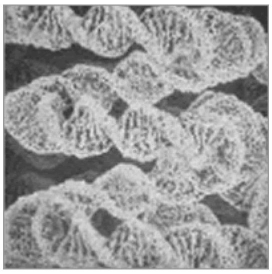
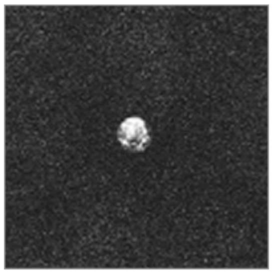
- **Mudanças topológicas a diferentes distâncias**
  - Supressão de detalhes em grandes distâncias
  - Detalhes conectados podem se separar



s (1996)

Claude Monet (1891)

Escala e Resolução

Escala interna
Menor detalhe que pode ser visto pela menor abertura do sistema de detecção
→ Resolução = Tamanho do Pixel

Escala externa
Detalhe mais "grosseiro" que pode ser discriminado ou campo de visão
→ FOV – *Field of View* = Tamanho da Imagem

Morrison & Morrison "Potências de 10". *http://powersof10.com/*

Escala e Resolução

- **Observação física é feita através de um sistema de aquisição com uma abertura → olho, microscópio, câmara, CCD, ...**
- **Resolução finita → Amostragem**

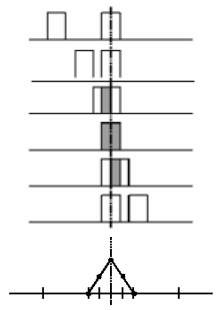
  Leva em consideração os dados da vizinhança

  Operação matemática → CONVOLUÇÃO

$$(f * g)(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(a,b)\,g(x-a, y-b)\,da\,db$$

Aquisição de uma imagem f com um sistema com propriedades g.

f : imagem original
g : Função de amostragem



Escala e Resolução

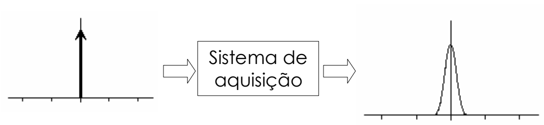
- **Qual a melhor dimensão da abertura para amostragem?**
  - **Pequena abertura → Detalhes menores X Baixa intensidade**
  - **Grande abertura → Detalhes maiores X Alta intensidade**
- **Qual a melhor forma da abertura para amostragem?**
  - **Quadrada**

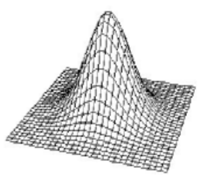
Efeito de "tesselação" (divisão em áreas ou pedaços)

Escala e Resolução

- **Qual a melhor forma da abertura para amostragem?**
  - **"Mais realista" – Fisiologia (Young, 2001)**

Função Gaussiana





$$G(x;t) = \frac{1}{(2\pi.t)^{N/2}} e^{-\frac{x^2}{2t}}$$

t : Variância
G : Função de amostragem

Propriedades:
- Linearidade
- Invariância para translação

Young RA, Lesperance RM, "The Gaussian Derivative model for spatial-temporal vision: II. Cortical data". *Spatial Vision* 14: (3-4) 321-389, 2001.

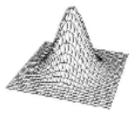
Representação no Espaço de Escalas Linear

Parâmetro livre → Escala (ou dimensão da abertura)

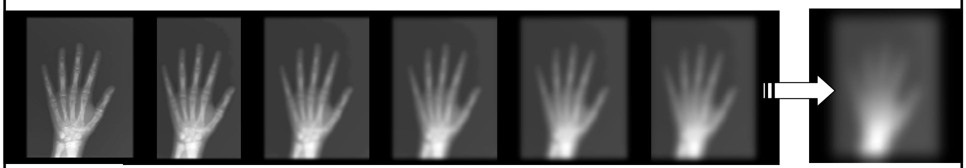
Para qualquer sinal N-dimensional signal $f:\Re^N \to \Re$, a representação no espaço de escalas $L:\Re \times \Re_+ \to \Re$ é definida por:

$$L(x;t) = \int_{\xi \in \Re^N} f(x-\xi) G(\xi) d\xi$$

onde $t=\sigma^2$ é o parâmetro de escala (ou dimensão da abertura ou variância) da função Gaussiana G.
A convolução pode ser representada pela expressão:



$$L(x;t) = G(x;t) * f(x;0)$$



t=0 *t=1* *t=2* *t=3* *t=4* *t=5* ……… *t=10*

SIIM2005 - Scale-Space

Representação no Espaço de Escalas Linear

Geração de uma família de sinais derivados de um único parâmetro (t), construída pela convolução do sinal original com funções Gaussianas de variâncias crescentes.

Causalidade
Homogeneidade
Isotropia

$$f_\sigma(x,y) = g_\sigma(x,y) * f(x,y)$$

Vantagens:

- Simplificação da imagem
- Remoção de detalhes desnecessários
- Pré-processamento para supressão de ruído

SIIM2005 - Scale-Space

Operadores no Espaço de Escalas Linear

- **Como usar o espaço de escalas Gaussiano?**
  - **Aplicar um operador diretamente em** f_σ (não costuma ser muito efetivo)
  - **Subamostrar** f_σ (produz uma imagem em "blocos")
  - **Operadores diferenciais** (uso das propriedades da convolução)

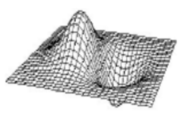
$$f_\sigma(x,y) = g_\sigma(x,y) * f(x,y)$$

$$\frac{\partial f_\sigma}{\partial x} = \frac{\partial (g_\sigma * f)}{\partial x} \xrightarrow{TF} 2\pi iu(G_\sigma F) = (2\pi iu G_\sigma)F \xrightarrow{TF^{-1}} \frac{\partial g_\sigma}{\partial x} * f$$

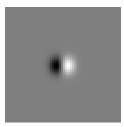
Derivada de uma imagem

Derivada de uma função

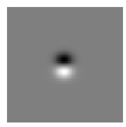
Operadores no Espaço de Escalas Linear

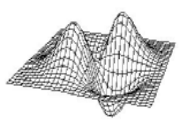


$$\frac{\partial G(x,y;\sigma)}{\partial x}$$

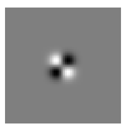


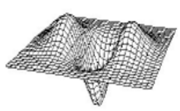
$$\frac{\partial G(x,y;\sigma)}{\partial y}$$



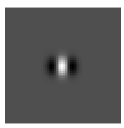


$$\frac{\partial^2 G(x,y;\sigma)}{\partial x dy}$$

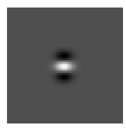


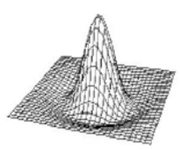


$$\frac{\partial^2 G(x,y;\sigma)}{\partial x^2}$$

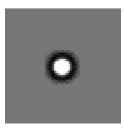


$$\frac{\partial^2 G(x,y;\sigma)}{\partial y^2}$$



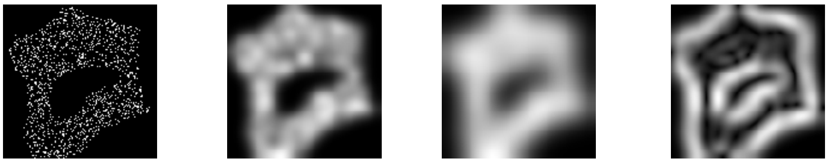


$$\frac{\partial^2 G(x,y;\sigma)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G(x,y;\sigma)}{\partial y^2}$$

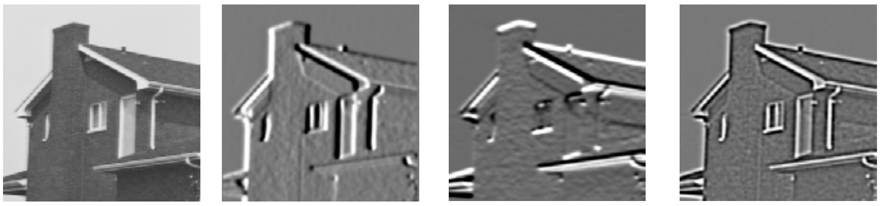


Laplaciano

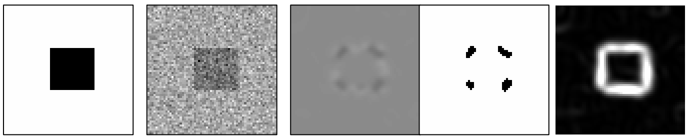
Aplicações em Imagens



Original | t = 5 | t = 10 | Magnitude do gradiente t = 8



Original | Dx (t = 2) | Dy (t = 2) | Laplaciano (t = 2)



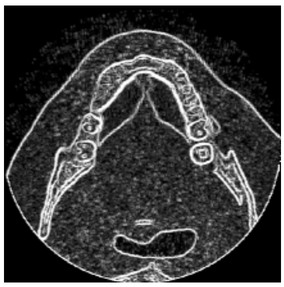
Magnitude do gradiente ao quadrado (t =2)

Original | Com ruído | Corneness (t =2)

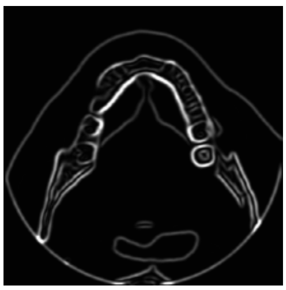
SIIM2005 - Scale-Space

Aplicações em Imagens Médicas

Original



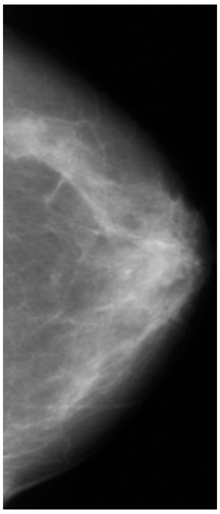
Filtro Gradiente (Prewitt)



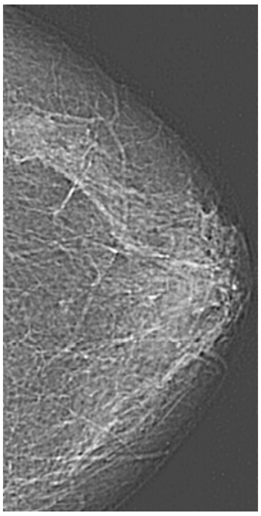
Magnitude do Gradiente ao Quadrado
t = 2

SIIM2005 - Scale-Space

Aplicações em Imagens Médicas



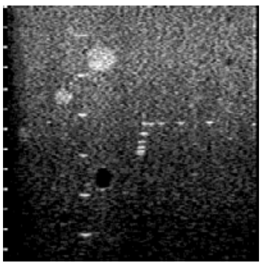
Original



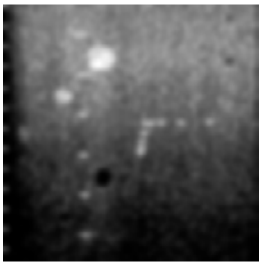
Laplaciano
t = 2

Ridgeness
t = 20

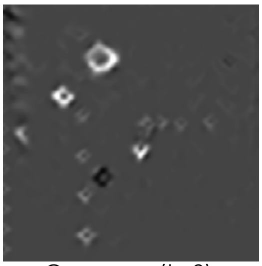
Aplicações em Imagens Médicas



Original

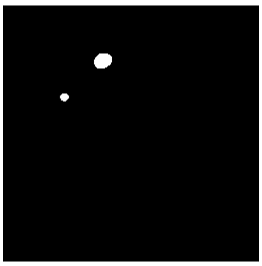


t = 3



Corneness (t =2)

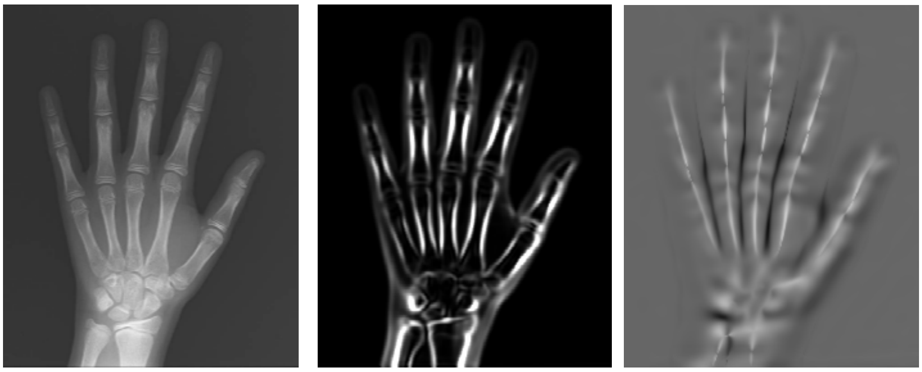
Deviation for Flatness
(t =4)



Limiarizado

SIIM2005 - Scale-Space

Aplicações em Imagens Médicas



Original | Magnitude do Gradiente (t =6) | Ridgeness (t =15)

SIIM2005 - Scale-Space

Referências

FLORACK L. *Image Structure*. Dordrecht: Kluwer, 1997

KOENDERINK JJ. "The Structure of Images". *Biological Cybernetics*, vol. 50: 363-370, 1984.

NIESSEN W. *Multiscale Medical Image Analysis*. PhD Thesis, Utrecht, Netherlands, 1997.

Artigos de Tony Lindeberg: http://www.nada.kth.se/~tony/earlyvision.html

SIIM2005 - Scale-Space